**Dra. Araceli Celina Justo López**
**Directora de la Facultad de Ingeniería Mexicali**
**Presente.**

Adjunto encontrará el reporte técnico del Ambiente Virtual de Aprendizaje Funciones y Derivadas, mismo que fue diseñado e implementado del 21 agosto al 25 de septiembre del año en curso. En el reporte encontrará los principales estadísticos, los tópicos con mayor dificultad para los estudiantes y algunas recomendaciones.

Sin otro particular por el momento, quedamos a la expectativa de sus comentarios.

**Atentamente**

**Dr. Maximiliano De Las Fuentes Lara** **Dra. Wendolyn Elizabeth Aguilar Salinas**

**Responsables del AVA Funciones y Derivadas**

Mexicali, Baja California, 1 de diciembre 2023

RECIBIDO
19 ENE 2024
U.A.B.C. DIRECCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
MEXICALI

# Reporte Técnico AVA Funciones y Derivadas

**Tronco Común Ciencias de la Ingeniería, Facultad de Ingeniería Mexicali, Universidad Autónoma de Baja California.**

Autores:
**Dra. Wendolyn Elizabeth Aguilar Salinas**
**Dr. Maximiliano De Las Fuentes Lara**

**Mexicali, Baja California. Diciembre 2023**

## Resumen

Se diseñó e implementó un ambiente virtual de aprendizaje para mejorar los conocimientos matemáticos de los estudiantes que cursan la unidad de aprendizaje de cálculo integral en los programas educativos de ingeniería, el contenido matemático del ambiente virtual de aprendizaje fue determinado por los miembros de los cuerpos académicos de ciencias básicas de la Facultad de Ingeniería Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California, su contenido está basado en las habilidades y conocimientos matemáticos que requieren los estudiantes para mejorar el desempeño académico en las clases de cálculo integral, cálculo multivariable, métodos numéricos y ecuaciones diferenciales. La metodología de construcción del ambiente virtual de aprendizaje implicó la configuración de un diseño instruccional para la elaboración virtual de los módulos instruccionales que motivan al estudiante la utilización de los recursos didácticos proporcionados. La puesta en escena del ambiente virtual de aprendizaje se llevó a cabo en la plataforma institucional BlackBoard durante el ciclo escolar 2023-2 con la participación de 382 (63%) estudiantes de un total de 608 alumnos inscritos oficialmente en el curso de cálculo integral. La media de las calificaciones es $51.71 \pm 23.70$ (media ± desviación estándar). Existen evidencias que las mayores dificultades que tuvieron los estudiantes en la resolución de los sondeos se presentaron en los problemas de corte conceptual, como la clasificación de números reales, funciones, gráficas por partes, composición de funciones e inversas, derivadas puntuales de funciones trigonométricas, rango de funciones exponenciales, límites gráficos, problemas de variación y optimización en los que el estudiante requiere modelar previamente para su consecuente resolución. Los hallazgos de este estudio de investigación proporcionan información valiosa para orientar la enseñanza y mejorar la comprensión y desempeño de los estudiantes en el área del cálculo diferencial en los programas de ingeniería.

## Tabla de contenidos

# 1. Introducción

La matemática es de gran importancia en la formación de un ingeniero, ya que constituye el lenguaje de modelación, el soporte simbólico con el cual expresan las leyes que rigen el objeto de su trabajo; está vinculada a las actividades de modelar, interpretar y comunicar en lenguaje preciso (Brito et al., 2011). La matemática es la herramienta más poderosa del ingeniero y su dominio le permitirá el progreso a lo largo de su formación profesional; adicionalmente, ayuda al desarrollo del razonamiento abstracto, el cual es fundamental en la formación del ingeniero (Ruiz et al., 2016).

Las matemáticas se presentan como un conocimiento imprescindible en una sociedad con un desarrollo tecnológico sin precedentes, sin embargo, es uno de los más inaccesibles para muchos estudiantes, ya que concentra un gran número de dificultades y fracasos (Carbonero y Navarro, 2006), lo que convierte a las matemáticas en un filtro crítico que condiciona la elección de carrera en los estudiantes (Sells, 1973). El propósito general de un curso de cálculo diferencial en una carrera de ingeniería es que los estudiantes apliquen los conceptos y procedimientos del cálculo en la diferenciación de funciones, mediante el uso de límites y teoremas de derivación, para resolver problemas cotidianos de ciencia e ingeniería.

## 1.1 Presentación del problema

Hay gran cantidad de estudios dedicados a conocer la importancia del cálculo diferencial desde un punto de vista teórico (Mateus, 2011; Jiménez et al., 2018; Artigue, 2018), y del desarrollo del pensamiento matemático (Cantoral et al., 2005; Acosta et al., 2009; Pérez y Ocaña, 2013; Vergel et al., 2015); también los hay sobre modalidades de aprendizaje (Sanabria, 2019), en la formación de docentes (Fonseca y Alfaro, 2018), en el proceso de enseñanza y/o aprendizaje (García et al., 2006; Iglesias, 2019), en los materiales y herramientas de apoyo (Villalobos et al., 2018; Gutiérrez, 2019; Rosales-Mata y Chavira, 2019), en forma de propuestas para mejorar la calidad de la enseñanza (Duarte y Castro, 2015; Martínez-Reyes, 2019) y sobre la evaluación del mismo conocimiento en profesores (Moreno y Cuevas, 2004), sin embargo, son pocos los que muestran y validan confiablemente los temas donde el estudiante encuentra una mayor dificultad para así abordarlos de una forma pertinente y significativa.

El rendimiento académico de los estudiantes que ingresan a carreras de ingeniería es bajo, lo que dificulta el aprendizaje del Cálculo Diferencial (CD) y resulta en el fracaso de la materia y la deserción escolar (López, 2005). En algunas instituciones del país, la tasa de fracaso para CD es del 80%, y aproximadamente el 40% se ve obligado a abandonar sus estudios debido al fracaso por tercera vez (Riego, 2013; Pineda, 2008).

La unidad de aprendizaje (UA) de CD se encuentra en el núcleo común de ciencias de la ingeniería, dentro de la etapa básica en la Universidad Autónoma de Baja California (UABC). Esta UA proporciona las bases o principios de temas como desigualdades, funciones, límites, derivación y optimización, desarrollando en el estudiante las habilidades, herramientas, conocimientos, aptitudes, actitudes y valores para la aplicación efectiva de las matemáticas en la ingeniería. Su objetivo es brindar a los estudiantes conocimientos que les permitan interpretar, plantear y resolver problemas de ingeniería (Zúñiga, 2007), ya que la formación de ingenieros exige un aprendizaje matemático que contribuya a resolver problemas específicos de naturaleza tecnológica, pero sobre todo práctica (Ruiz, Carmona y Montiel, 2016).

El Plan de Desarrollo 2020-2024 de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California (2021) identifica ciertas debilidades en el análisis de Fortalezas y Debilidades que requieren atención y tratamiento:

- Los índices de reprobación demandan intervención.

- Existe desconocimiento sobre las razones que explican la baja participación de los estudiantes en las asesorías académicas.

- Algunos indicadores de los procesos de los cursos propedéuticos y el curso propedéutico de nivelación académica para alumnos de nuevo ingreso (CPNAANI) reflejan resultados por debajo de la meta de rendimiento establecida para los estudiantes en dichos cursos.

Con estos antecedentes se propuso diseñar, implementar y evaluar de forma permanente un curso remedial para la asignatura de Cálculo Diferencial llamado Funciones y Derivadas en la modalidad en línea, de acuerdo con las directrices del modelo educativo de la UABC.

La creación de este Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) requirió la implementación de un Diseño Instruccional (DI), un proceso sistemático, planificado y estructurado esencial para desarrollar cursos en modalidad presencial o virtual. Este diseño se fundamenta en teorías de aprendizaje y abarca desde la definición de lo que el profesor aspira que el estudiante aprenda hasta la evaluación formativa del proceso (Agudelo, 2009). Cuando el DI adopta una perspectiva constructivista, se espera que el profesor o diseñador de aprendizaje genere programas y materiales de naturaleza más facilitadora que prescriptiva (Guàrdia y Sangrà, 2005). Además, se necesita un cambio en la visión pedagógica que conlleve a una transformación de roles y funciones, superando el modelo tradicional de diseño instruccional hacia uno que demande mayor flexibilidad y apertura en los procesos de aprendizaje del estudiante (Umaña, 2009).

## 1.2 Objetivos del reporte técnico

Los objetivos del reporte técnico sobre el AVA Funciones y Derivadas son los siguientes.

- Evaluar y presentar un análisis detallado del rendimiento académico de los estudiantes en el AVA Funciones y Derivadas.
- Identificar las áreas específicas del cálculo diferencial en las que los estudiantes han demostrado fortalezas y aquellas en las que han enfrentado desafíos.
- Sugerir posibles mejoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como estrategias específicas de intervención para abordar las áreas de dificultad identificadas.
- Contribuir a la evaluación continua de la calidad educativa de la institución y su capacidad para cumplir con los estándares académicos.

### 1.3 Alcances y limitaciones

A todos los estudiantes matriculados en el curso de Cálculo Integral, se les extiende una cordial invitación para participar de manera voluntaria en el AVA Funciones y Derivadas. Se ha implementado un proceso de sensibilización con los profesores a través de la Academia de Matemáticas (AM) y la Coordinación de Tronco Común Ciencias Básicas de la Ingeniería para destacar la importancia de la participación activa de los estudiantes y su impacto positivo en las calificaciones de Cálculo Integral. Los profesores de Cálculo Integral también asumen el rol de promover la participación de sus alumnos en el AVA. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados en los eventos, no se ha logrado alcanzar el 100% de participación estudiantil. Los resultados obtenidos en cada evento han permitido identificar los temas que representan mayores dificultades para los estudiantes y ser tratados en la AM.

## 2. Revisión de la literatura

Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) son prácticas educativas que operan, se desarrollan y tienen lugar en Internet, permitiendo la comunicación efectiva y constante entre los usuarios (Coll y Monereo, 2008). Siguen los principios pedagógicos que guían el desarrollo de los temas establecidos para el aprendizaje (Dillenbourg, Schneider y Synteta, 2002), creando nuevos espacios de colaboración entre profesores y estudiantes y superando los paradigmas tradicionales de enseñanza, lo que impacta en el logro del aprendizaje (Brioli y Garcial, 2011; Betegón, et al., 2012; Osuna y Abarca, 2013).

En la misma línea, López, Ledesma y Escalera (2009, p. 6) definen un Ambiente Virtual de Aprendizaje como el conjunto de entornos de interacción síncrona y asíncrona, donde, apoyándose en un programa curricular, se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante un sistema de gestión del aprendizaje.

AVA son un medio para compartir información, apoyar la comunicación e integración de diferentes tipos de recursos digitales, y facilitar el proceso de aprendizaje (Romero et al., 2014). De acuerdo con Pastran, Olivera y Cervantes (2020), su uso facilita la enseñanza, ya que permiten al docente acompañar a sus estudiantes durante su proceso de aprendizaje, especialmente en la educación a distancia.

Los recursos educativos son parte fundamental de los AVA, ya que la disponibilidad y variedad en sus formatos ofrecen la posibilidad de mejorar la calidad de los cursos en la enseñanza remota o tradicional (Valenzuela, Fragoso, Santaolaya y Muñoz, 2017), también responde a la necesidad real de compartir el conocimiento con facilidad de acceso y disponibilidad (Colomé, 2019).

## 3. Materiales y Métodos

El Ambiente Virtual de Aprendizaje Funciones y Derivadas fue desarrollado mediante un Diseño Instruccional (DI) basado en enfoques constructivistas, creado por profesores de ciencias básicas de ingeniería. Este DI se enfocó en los contenidos matemáticos de cálculo diferencial, buscando guiar a los estudiantes para construir activamente su comprensión y valorar su contribución cognitiva. Con cuatro etapas flexibles (análisis, diseño, producción, implementación y revisión continua), el diseño promovió un entorno propicio para la participación activa de los estudiantes, alineándose con las prácticas pedagógicas modernas.

En los siguientes apartados, se detalla la invitación a los estudiantes para participar en el AVA, las estrategias para fomentar su participación y la implementación del AVA durante el semestre 2023-2. Además, se presenta la población estudiantil involucrada y el procedimiento para evaluar su desempeño en el AVA Funciones y Derivadas.

### 3.1 Materiales utilizados

Para el desarrollo del AVA, fue necesario crear un DI que guiará la secuencia de actividades de aprendizaje, así como métodos de evaluación para identificar los logros en el aprendizaje de parte de los estudiantes. El DI utilizado se basa en teorías constructivistas, lo que lleva al diseñador a descubrir la mejor combinación de materiales y actividades que guía al estudiante a comprender el valor de su construcción cognitiva para el aprendizaje futuro. Este DI consta de cuatro etapas de un sistema flexible en el que las etapas no son necesariamente secuenciales, sino de cierta manera simultáneas e influyen entre sí, en las que se encuentran: análisis, diseño, producción, implementación y revisión continua (Córica, Portalupi, Hernández y Bruno, 2010). Para los profesores involucrados en la creación del DI es evidente la preocupación por fomentar que la participación de los estudiantes sea más activa en el proceso de aprendizaje (Chiappe, 2008).

El DI fue estructurado por los profesores miembros del cuerpo académico de ciencias básicas de ingeniería tomando como base los contenidos matemáticos de la unidad de aprendizaje de cálculo diferencial, el desarrollo del DI implica la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje (Bruner, 1969).

Este AVA se ejecuta en la plataforma Blackboard, brindando apoyo con materiales teóricos, recursos digitales, enlaces web que contienen grabaciones específicas de contenido y aplicaciones prácticas. Estructurado en 4 unidades y 16 metas, el AVA proporciona la organización para las actividades. Cada meta incluye instrucciones detalladas, fomentando la resolución de ejercicios o problemas estratégicos. La evaluación se realiza a través de sondeos en los que los estudiantes participan en cada meta, y la calificación se determina por la suma de los resultados de los sondeos, con la opción de hasta dos intentos y considerando la calificación más alta.

### 3.2 Sujetos

A todos los estudiantes matriculados en el curso de Cálculo Integral, se les hace una cordial invitación para participar de forma voluntaria en el AVA Funciones y Derivadas. Los profesores los animan a unirse a esta actividad, y las calificaciones obtenidas por los alumnos se comparten con sus profesores para su consideración correspondiente. A partir de este semestre 2023-2 se incentivó a los estudiantes a aumentar su participación en el AVA mediante la posibilidad de obtener un crédito optativo para aquellos cuya calificación en el AVA Funciones y Derivadas fuera igual o superior a 80. El AVA se implementó en el periodo comprendido del 21 agosto al 25 de septiembre del año en curso. Un total de 608 estudiantes quedaron registrados en el AVA Funciones y Derivadas, logrando una participación parcial o total en las actividades de 382 (63%) estudiantes.

### 3.3 Procedimiento de construcción de los instrumentos

Con el fin de evaluar el rendimiento de los estudiantes en el AVA Funciones y Derivadas, se creó un banco de 460 ítems para incorporarlos en las encuestas asociadas a cada una de las 16 metas que componen el AVA. La calificación de los estudiantes se determina a partir de los resultados obtenidos en estas encuestas, las cuales los estudiantes pueden realizar en hasta dos intentos, conservando la calificación más alta.

El banco de reactivos cuenta con las siguientes características: criterial, toda vez que tiene el propósito de evaluar el aprendizaje al informar qué puede hacer o no el examinado; está alineado con el currículo, ya que se desprende de una actividad para identificar lo esencial de éste y evaluarlo; cuenta con reactivos de opción múltiple (pues se pide al estudiante elegir la respuesta correcta de entre cuatro que se ofrecen) y de verdadero y falso; y es de gran escala, ya que su aplicación corresponde a cientos de estudiantes.

Para la construcción del banco de reactivos se adoptó el modelo de Nitko (1994) para desarrollar exámenes orientados por el currículo. Dicho modelo fue complementado por la metodología para la construcción de test criteriales de Popham (1990) y con aportaciones metodológicas y operativas de Contreras (2000; 2004).

## 4. Resultados y discusión

Este apartado contempla los resultados que se obtuvieron en el AVA Funciones y Derivadas durante el ciclo 2023-2, los tópicos con mayor dificultad, así como también un análisis de la información obtenida producto del AVA que se implementó durante el ciclo 2022-1.

### 4.1 Resultados y discusión de la información obtenida en el AVA 2023-2

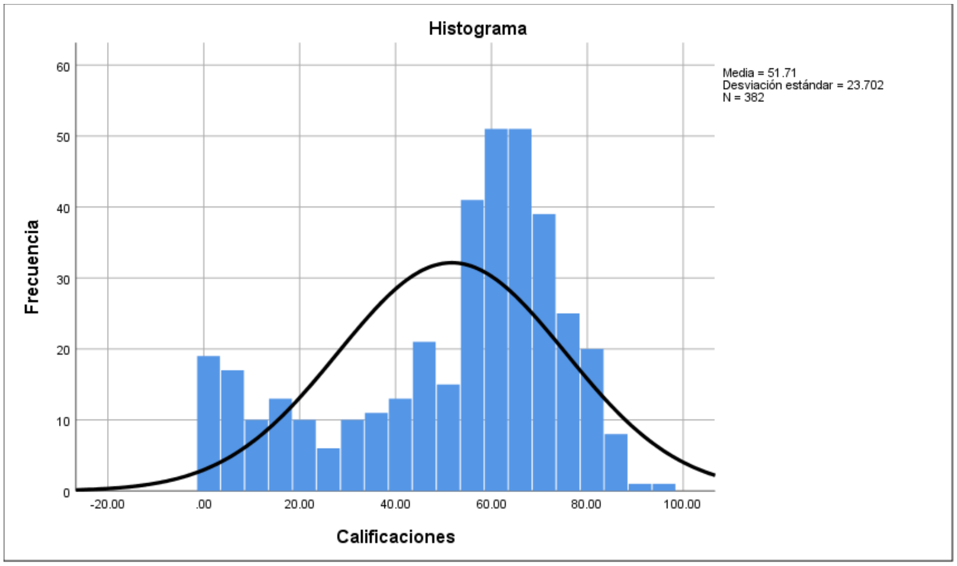
El AVA se ofertó mediante la plataforma blackboard del 21 de agosto al 25 de septiembre de 2023 a todos los alumnos inscritos en la unidad de aprendizaje de cálculo integral durante el ciclo escolar 2023-2. De los 608 alumnos inscritos 382 (63%) participaron total o parcialmente. Los estadísticos principales (Tabla 1) se presentan a continuación.

**Tabla 1. Estadísticos correspondientes al ciclo 2023-2**

| | | |
|---|---|---|
| Calificaciones | | |
| N | Válido | 382 |
| | Perdidos | 0 |
| Media | | 51.7120 |
| Error estándar de la media | | 1.21270 |
| Mediana | | 60.0000 |
| Moda | | 61.00[a] |
| Desv. Desviación | | 23.70191 |
| Varianza | | 561.780 |
| Asimetría | | -.798 |
| Error estándar de asimetría | | .125 |
| Curtosis | | -.436 |
| Error estándar de curtosis | | .249 |
| Rango | | 95.00 |
| Mínimo | | 1.00 |
| Máximo | | 96.00 |
| Percentiles | 25 | 37.7500 |
| | 50 | 60.0000 |
| | 75 | 68.0000 |
| a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño. | | |

El AVA se desarrolla completamente en la plataforma blackboard y contiene recursos, materiales y aplicaciones que los alumnos pueden utilizar, también incluye sondeos programados (que pueden hacer hasta en dos intentos conservando la puntuación más alta) para cada meta y de cada unidad. El resultado de dichos sondeos conforma la calificación, que en conjunto puede observarse en el histograma (Figura 1), las calificaciones son notificadas en tiempo y forma a su respectivo profesor de Cálculo Integral al igual que se muestran a la Academia de Matemáticas las estadísticas correspondientes.

**Figura 1. Histograma de las calificaciones de los estudiantes en el AVA durante el ciclo 2023-2.**



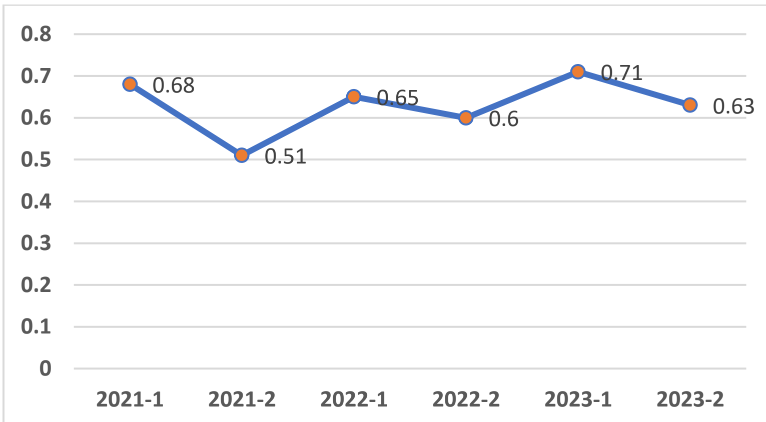

A continuación (Tabla 2), los índices promedio de dificultad de las últimas 6 aplicaciones del AVA Funciones y Derivadas.

**Tabla 2. Comparativo de los índices promedio de dificultad desde 2021-1 a 2023-2.**

| Meta | 2021-1 | 2021-2 | 2022-1 | 2022-2 | 2023-1 | 2023-2 | Media |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | 0.79 | 0.73 | 0.82 | 0.76 | 0.83 | 0.77 | 0.79 |
| 1.2 | 0.67 | 0.45 | 0.60 | 0.57 | 0.68 | 0.59 | 0.59 |
| 1.3 | 0.76 | 0.60 | 0.73 | 0.69 | 0.75* | 0.65 | 0.70 |
| 1.4 | 0.78 | 0.61 | 0.74 | 0.71 | 0.80 | 0.73 | 0.73 |
| 1.5 | 0.79 | 0.66 | 0.82 | 0.75 | 0.81* | 0.75 | 0.77 |
| 2.1 | 0.65 | 0.57 | 0.70 | 0.51 | 0.67 | 0.55 | 0.61 |
| 2.2 | 0.68 | 0.58 | 0.73 | 0.62 | 0.72 | 0.63 | 0.66 |
| 2.3 | | 0.43 | 0.66 | 0.50 | 0.70 | 0.67 | 0.59 |
| 3.1 | 0.60 | 0.32 | 0.55 | 0.42 | 0.64 | 0.57 | 0.52 |
| 3.2 | 0.74 | 0.53 | 0.72 | 0.69 | 0.80 | 0.72 | 0.70 |
| 3.3 | 0.73 | 0.54 | 0.72 | 0.67 | 0.79 | 0.72 | 0.69 |
| 3.4 | 0.65 | 0.48 | 0.64 | 0.67 | 0.73 | 0.64 | 0.63 |
| 4.1 | 0.52 | 0.32 | 0.34 | 0.46 | 0.51* | 0.47 | **0.44** |
| 4.2 | 0.73 | 0.54 | 0.70 | 0.59 | 0.75 | 0.58 | 0.65 |
| 4.3 | 0.76 | 0.51 | 0.66 | 0.67 | 0.78 | 0.66 | 0.67 |
| 4.4 | 0.44 | 0.31 | 0.33 | 0.36 | 0.44* | 0.34 | **0.37** |
| Media | 0.68 | 0.51 | 0.65 | 0.60 | 0.71 | 0.63 | |

Los valores de los índices de dificultad promedio que los estudiantes obtienen en ciclos par son los más bajos (Figura 2), se explica porque son estudiantes que ingresaron en ciclo impar con calificaciones más bajas que los que ingresan en el ciclo de agosto diciembre, sin embargo la tendencia es de subida, lo que significa que con el paso de los semestres se espera que los estudiantes presenten menos dificultades para resolver correctamente los reactivos de los sondeos que realizan durante el desarrollo del AVA. En ambos periodos par e impar la tendencia es de subida.

**Figura 2. Índices promedio de dificultad de los ciclos 2021-1 a 2023-2**




La tabla 3 es un comparativo de los porcentajes de participación total o parcial de los estudiantes en cada uno de los ciclos lectivos a partir del periodo 2021-1. Es notorio el descenso de participación en el ciclo 2022-2 el cual puede deberse a la desestabilización que causa el regreso a clases presenciales por el tema de pandemia. Se observa una recuperación importante en 2023 aunado al impulso de los profesores que imparten la unidad de aprendizaje de cálculo integral y a la adición de un crédito optativo para aquellos estudiantes que obtengan 80 o más de calificación en el AVA Funciones y Derivadas.

**Tabla 3. Comparativo de los porcentajes de participación total o parcial de los estudiantes en cada uno de los ciclos lectivos a partir del periodo 2021-1.**

| Ciclo | 2021-1 | 2021-2 | 2022-1 | 2022-2 | 2023-1 | 2023-2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número total de alumnos registrados en el AVA | 675 | 540 | 682 | 476 | 759 | 608 |
| Número de alumnos que participaron en el AVA total o parcialmente | 462 | 328 | 478 | 124 | 402 | 382 |
| Porcentaje de participación en el AVA total o parcialmente | 68% | 61% | 70% | 26% | 53% | 63% |

### 4.2 Análisis de reactivos con mayor dificultad

A continuación, se presentan indicadores de logro y sus respectivos índices de dificultad promedio (IDP) que asocian a varios reactivos en cada uno de los sondeos, así como también reactivos tipo de cada meta (1 o 2 reactivos) de los sondeos del AVA Funciones y Derivadas con IDP menor a 0.6, es decir, se trata de reactivos altamente difíciles o medianamente difíciles para los estudiantes participantes. Se adiciona en cada caso algunas reflexiones sobre aquellos indicadores que sobresalen por su alta dificultad.

Meta 1.1: Resolver los diferentes tipos de desigualdades a través del uso de los teoremas adecuados (que incluye el estudio de los números reales y su clasificación).

| Indicador de logro | IDP |
|---|---|
| Clasificar números reales | 0.80 |
| Resolver desigualdades cuadráticas y expresarlas en forma de intervalo | 0.75 |
| Resolver desigualdades de valor absoluto y representarlas en forma de intervalo | 0.79 |
| Resolver desigualdades lineales y expresarlas en forma de intervalo | 0.85 |

Aunque en general los IDP no son malos, se destaca en esta meta el reactivo 9 que causa una importante dificultad a los estudiantes, el ID de 0.25 lo evidencia. La limitación de la calculadora científica en la visualización de la periodicidad de las fracciones periódicas puede ser una de las razones clave detrás del bajo rendimiento de los estudiantes al clasificar correctamente el número $\frac{1}{19}$ como infinito periódico.


Meta 1.2: Interpretar el concepto de función y sus diferentes representaciones, así como su clasificación

| Indicador de logro | IDP |
|---|---|
| Determinar la condición creciente o decreciente de una función a partir de su representación gráfica | 0.53 |
| Determinar la simetría de las gráficas de funciones | 0.65 |
| Modelar una situación física, ciencia o ingeniería mediante una función | 0.49 |
| Utilizar el concepto de función para representarla gráficamente | 0.48 |
| Utilizar el criterio de la recta horizontal | 0.64 |

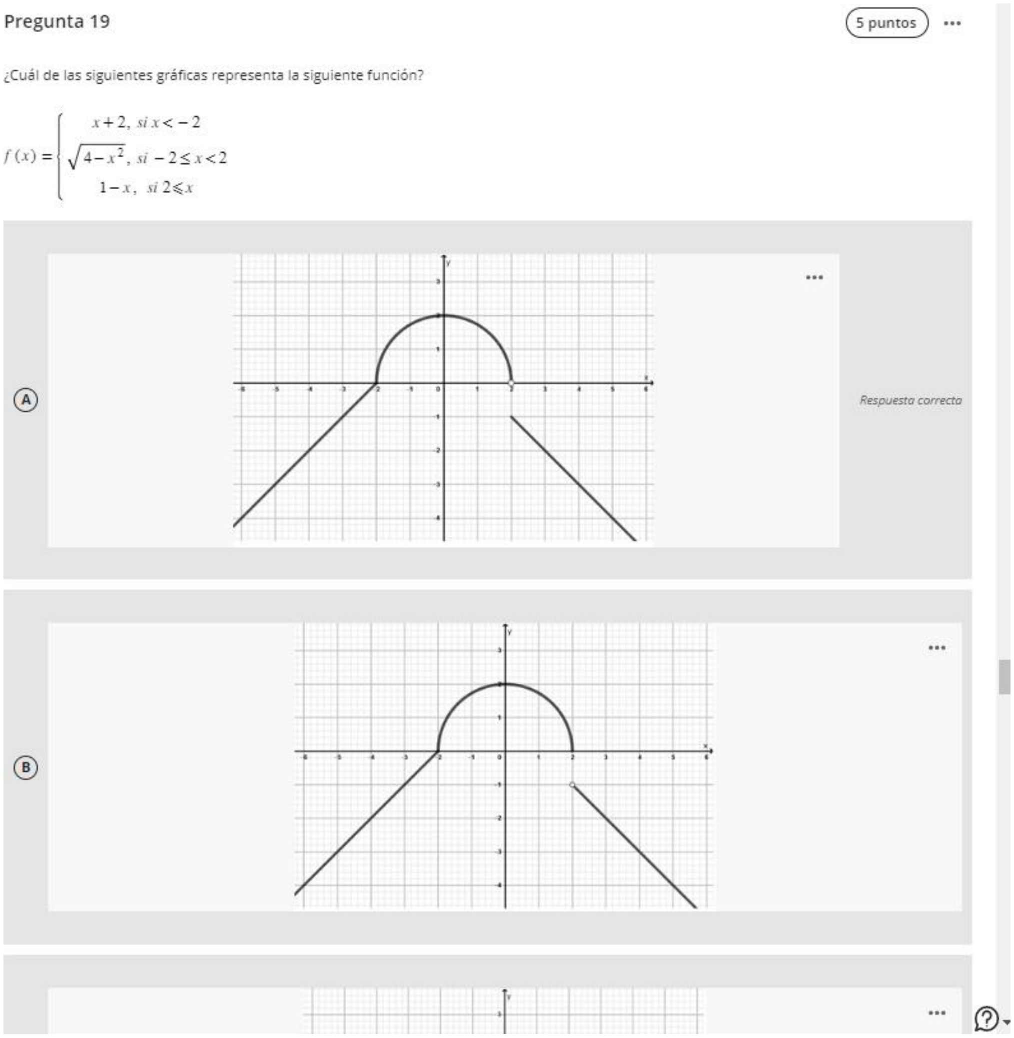
Los estudiantes pueden no tener una comprensión sólida de los conceptos fundamentales relacionados con las funciones y sus gráficos, lo que dificulta su capacidad para interpretar correctamente la información visual. Si los estudiantes no han tenido suficiente exposición a problemas que impliquen determinar la condición de una función a partir de su gráfica, es probable que encuentren dificultades, aunado a una enseñanza que se ha centrado en la memorización de reglas en lugar de fomentar la comprensión conceptual y la aplicación práctica. En esta meta, se ejemplifica con el reactivo 11 con un ID de 0.35 en el cual se solicita al estudiante identificar de cuatro opciones la gráfica que no corresponde a una relación funcional.

Meta 1.3: Identificar las funciones algebraicas, así como interpretar los cambios a partir de la modificación de parámetros, desplazamientos, estiramientos y reflexiones.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar asíntotas horizontales de una función racional a partir de su representación gráfica | 0.43 |
| Determinar asíntotas verticales de una función racional a partir de su representación gráfica | 0.62 |
| Representar algebraicamente una función por partes a partir de su representación gráfica | 0.41 |
| Representar gráficamente una función cuadrática a partir de su expresión algebraica | 0.65 |
| Representar gráficamente una función por partes a partir de su expresión algebraica | 0.42 |
| Representar gráficamente una función a partir de su expresión algebraica | 0.58 |
| Representar algebraicamente una función a partir de su representación gráfica | 0.56 |

La idea de representar una función utilizando varias expresiones algebraicas en diferentes intervalos puede resultar abstracta y difícil de visualizar para algunos estudiantes, los estudiantes deben entender cómo cada parte se relaciona con la siguiente y cómo se establece la continuidad. Es esencial identificar y comprender las regiones en las que cada expresión algebraica es válida, la transición entre diferentes expresiones puede ocurrir en puntos específicos o en intervalos completos. La falta de conexión directa con aplicaciones prácticas puede hacer que los estudiantes vean la graficación de funciones por partes como una tarea técnica sin relevancia, lo que dificulta la motivación para comprenderla. Relacionar funciones por partes con situaciones del mundo real puede hacer que la representación gráfica sea más comprensible, contextualizar los problemas y explicar cómo las funciones por partes se aplican en ingeniería puede mejorar la comprensión y la motivación de los estudiantes. En esta meta se destaca el reactivo 19 por ser el más difícil, cuentan con ID 0.42.

Determinar asíntotas horizontales de funciones racionales gráficamente es desafiante para los estudiantes, toda vez que implica comprender conceptos de límites y comportamiento asintótico, lo cual puede resultar abstracto. Identificar estas asíntotas requiere analizar el comportamiento de la función en el infinito, lo que requiere una comprensión de la estructura algebraica de las funciones racionales. La falta de aplicaciones prácticas directas también dificulta el proceso, ya que los estudiantes pueden ver este concepto como teórico y alejado de situaciones del mundo real en ingeniería.




Meta 1.4: Obtener las operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre funciones, así como la composición e inversa de una función.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Evaluar una función composición | 0.70 |
| Determinar la inversa de una función a partir de su representación gráfica | 0.63 |
| Determinar la expresión algebraica de una función a partir de su representación gráfica | 0.79 |
| Determinar la representación gráfica de una función a partir de su expresión | 0.82 |

Determinar la inversa de una función a partir de su representación gráfica implica comprender la noción abstracta de una función inversa y cómo se relaciona con la función original. Además, identificar puntos específicos en la gráfica y entender la simetría respecto a la línea y = x requiere una comprensión de las propiedades de las funciones. Sin embargo, se exponen los reactivos 19 y 23 con mayor dificultad, ID de 0.43 e ID de 0.54 respectivamente.

**Pregunta 19** (5 puntos)

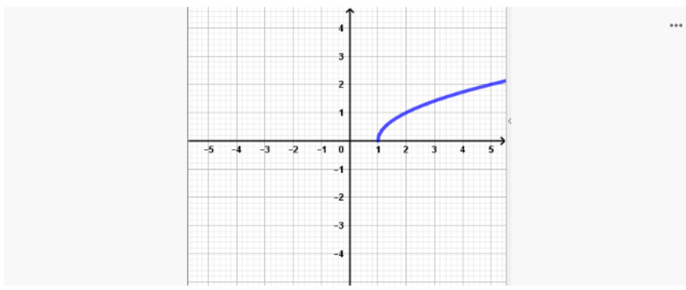
Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x-2}$ y $g(x) = x^2 - 2$

¿Cuál es el valor de $f(g(x))$ para $x = 2$?

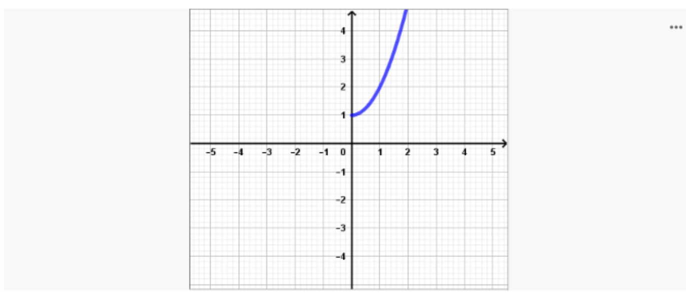
- (A) 0 — Respuesta correcta
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) 2
- (D) 4

**Pregunta 23** (5 puntos)

Dada la gráfica de la función




Su inversa es




- Verdadero — *Respuesta correcta*
- Falso

Meta 1.5: Distinguir características de las funciones trascendentes como su periodo, dominio, rango, así como sus representaciones.

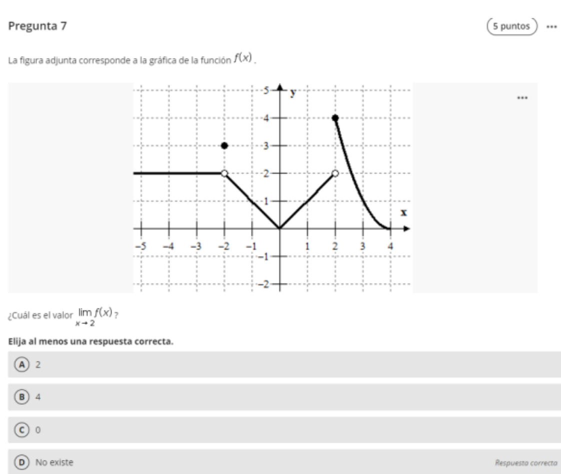
| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar el rango de una función exponencial | 0.68 |
| Determinar el rango de una función trigonométrica | 0.75 |
| Determinar la amplitud de una función trigonométrica a partir de su expresión algebraica | 0.66 |
| Determinar la expresión algebraica de una función exponencial a partir de su representación gráfica | 0.77 |
| Determinar la expresión algebraica de una función trigonométrica a partir de su representación gráfica | 0.73 |
| Determinar la representación gráfica de una función trigonométrica a partir de su expresión algebraica | 0.86 |

En la determinación de la amplitud de una función trigonométrica a partir de su expresión algebraica se requiere comprender el significado y la relación entre los parámetros en la expresión trigonométrica, especialmente la amplitud, que afecta la altura de la función. La presencia de funciones trigonométricas con diferentes argumentos y coeficientes puede hacer que los estudiantes encuentren difícil identificar cómo cada parte contribuye a la amplitud total de la función. Por otra parte, la determinación del rango de una función exponencial implica comprender la naturaleza creciente o decreciente de las funciones exponenciales y cómo sus valores se extienden hacia el infinito positivo o negativo. En esta meta se destaca el reactivo 29 con un ID de 0.46 calificado como mayormente difícil.


Meta 2.1: Calcular límites de funciones aplicando sus propiedades algebraicas, así como identificarlos de manera gráfica y numérica.

| Indicador de logro | IDP |
|---|---|
| Determinar el límite de una función por partes a partir de su representación gráfica | 0.41 |
| Determinar el límite de una función a partir de su representación numérica | 0.65 |
| Evaluar una función por partes a partir de su representación gráfica | 0.45 |
| Calcular el límite de una función a partir de su expresión algebraica | 0.80 |

Determinar el límite de una función por partes a partir de su representación gráfica implica entender y analizar cómo se comporta la función en diferentes intervalos y puntos de cambio, identificar la existencia y el valor del límite en puntos de salto o discontinuidad puede requerir un entendimiento profundo de los conceptos de límites laterales y la relación entre las distintas expresiones algebraicas que componen la función.



La falta de continuidad visual en la gráfica también puede hacer que sea complicado visualizar cómo se acercan los valores de la función a un determinado punto cuando hay cambios bruscos. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 7, el cual cuenta con un ID de 0.30.

Meta 2.2: Calcular los límites al infinito y límites infinitos, así como determinar su existencia o no existencia. Determinar la continuidad de una función de manera algebraica y gráfica, tanto en un punto como en un intervalo.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Calcular límites al infinito de funciones racionales | 0.54 |
| Calcular límites en infinito de funciones racionales | 0.7 |
| Determinar asíntotas verticales de funciones racionales | 0.73 |
| Determinar la continuidad de funciones | 0.67 |
| Determinar las asíntotas horizontales de funciones racionales | 0.76 |

Calcular límites al infinito de funciones racionales requiere comprender el comportamiento asintótico de la función a medida que la variable se aproxima al infinito positivo o negativo. La estructura algebraica de las funciones racionales, con sus términos dominantes y la relación entre los grados de los numeradores y denominadores, influye en cómo la función se comporta en el infinito, lo anterior implica un entendimiento profundo de conceptos relacionados con límites infinitos y la comparación de tasas de crecimiento.

A su vez la falta de visualización directa en la gráfica también puede dificultar la comprensión de cómo la función se acerca o se aleja de ciertos valores a medida que la variable se hace cada vez más grande en magnitud. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 15, el cual cuenta con un ID de 0.15.

Pregunta 15 — 5 puntos

¿Cuál es el valor de $\lim_{x\to 1} \frac{-1}{(x-1)^2}$ ?

Elija al menos una respuesta correcta.

- (A) No existe — *Respuesta correcta*
- (B) $\infty$
- (C) $-\infty$
- (D) 0

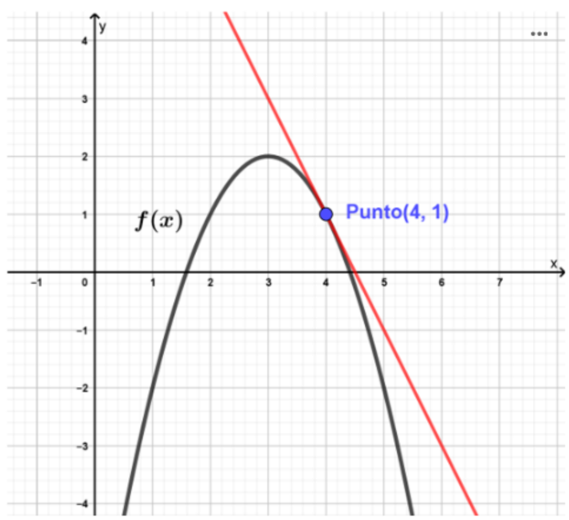
Meta 2.3: Determinar la razón de cambio promedio de una función en un intervalo y la razón de cambio instantánea.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar el valor de la pendiente de la recta a partir de dos puntos | 0.68 |
| Determinar el valor de la pendiente de la recta secante a partir de la expresión algebraica y dos puntos | 0.78 |
| Determinar el valor de la pendiente de la recta secante a partir de su representación gráfica | 0.60 |
| Determinar el valor de la pendiente de la recta tangente en un punto a partir de su representación gráfica | 0.47 |

Determinar el valor de la pendiente de la recta tangente en un punto a partir de su representación gráfica ya que implica comprender el concepto de derivada en ese punto específico, que se define como la pendiente de la recta tangente. La dificultad radica en la necesidad de entender el cambio instantáneo en la función en ese punto. La representación gráfica puede no proporcionar una precisión numérica exacta, y los estudiantes deben formar un triángulo para establecer los cambios en x e y. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 12, el cual cuenta con un ID de 0.32.

**Pregunta 12** (5 puntos)

Dada la gráfica de la función $f(x)$ . ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta tangente en el punto $(4,\ 1)$ ?




(A) $m=-2$ Respuesta correcta

(B) $m=2$

(C) $m=\frac{1}{2}$

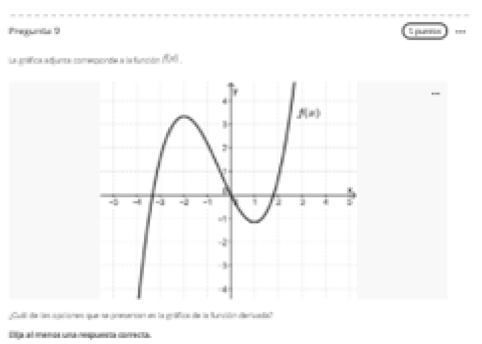
(D) $m=-\frac{1}{2}$

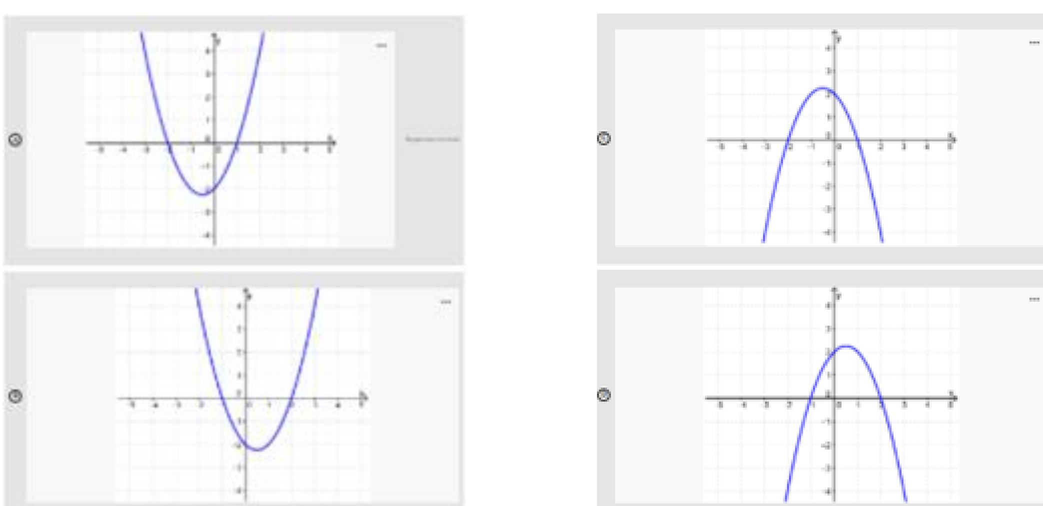
Meta 3.1: Calcular la derivada de una función mediante su definición de manera gráfica y analítica.

| Indicador de logro | IDP |
| --- | --- |
| Derivar funciones a partir de su representación gráfica | 0.45 |
| Determinar el valor de la pendiente de la recta tangente a partir de su representación gráfica | 0.46 |
| Determinar la ecuación de la recta tangente de una función en un punto | 0.68 |
| Resolver enunciados de problemas de caída libre | 0.68 |

Derivar funciones a partir de su representación gráfica implica comprender el concepto de derivada, que representa la tasa de cambio instantáneo de la función en cada punto, este concepto requiere una comprensión profunda de los límites y el cálculo de las pendientes de las tangentes a la curva en distintos puntos.

La dificultad también radica en la necesidad de visualizar cómo cambia la función en cada punto, interpretando las características específicas de la curva. La variabilidad en la forma de la curva, los puntos críticos, los máximos y mínimos locales, y las inflexiones pueden complicar el proceso de derivación. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 9, el cual cuenta con un ID de 0.39.



Meta 3.2: Calcular la derivada de una función algebraica mediante los teoremas de derivación, además de obtener las derivadas de orden superior. Aplicar la regla de la cadena como método de derivación para funciones de mayor complejidad.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar la derivada del producto de dos funciones | 0.88 |
| Determinar la derivada de una función compuesta | 0.65 |
| Determinar la derivada del cociente de dos funciones | 0.74 |
| Determinar la ecuación de la recta normal a la curva de una función en un punto | 0.63 |

Para determinar la recta normal a la curva de una función en un punto dado, se requiere calcular la derivada de la función dada para obtener la pendiente de la tangente en el punto dado, sustituir las coordenadas del punto dado en la derivada obtenida permite calcular la pendiente de la tangente en ese punto. Dado que la recta normal es perpendicular a la tangente, se debe tomar la pendiente negativa inversa de la pendiente de la tangente para obtener la pendiente de la recta normal.

Finalmente se utiliza la ecuación punto-pendiente con el punto dado y la pendiente de la recta normal para obtener la ecuación de la recta normal. Se observa que se trata de un procedimiento extenso lo que posiblemente propicia la dificultad a los estudiantes, aunado a la comprensión del concepto de la recta normal, que es perpendicular a la tangente en un punto dado de la curva. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 16, el cual cuenta con un ID de 0.55

**Pregunta 16** 5 puntos ...

Dada la función $f(x) = x^3 - 1$. ¿Cuál es la ecuación de la recta normal a la curva $f(x)$ en el punto $(1,0)$ ?

Ⓐ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ Respuesta correcta

Ⓑ $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

Ⓒ $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

Ⓓ $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

Cabe adicionar que el proceso de derivación de una función compuesta implica la aplicación de la regla de la cadena. Esta regla puede ser conceptualmente desafiante, ya que requiere entender cómo los cambios en la variable independiente afectan a las funciones internas y externas, juega un papel fundamental la identificación de la función interna y la función externa dentro de una función compuesta.

Meta 3.3: Aplicar los teoremas de derivación de funciones trascendentes elementales (trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciales y logarítmicas).

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar la derivada de funciones exponenciales | 0.72 |
| Determinar la derivada de funciones logarítmicas | 0.76 |
| Determinar la derivada de funciones trigonométricas | 0.70 |
| Determinar la derivada de funciones trigonométricas inversas | 0.71 |

Las funciones trigonométricas a menudo se presentan como parte de funciones compuestas, lo que requiere la aplicación de la regla de la cadena. Entender cómo aplicar esta regla correctamente puede ser un obstáculo, a su vez son 6 funciones trigonométricas, cada una con reglas específicas para la derivación. La derivada puntual implica la evaluación de la tasa de cambio instantánea en un punto dado, la evaluación debe realizarse con calculadora en modo radián lo cual el estudiante suele olvidar.

En esta meta se destaca por su dificultad los reactivos 13 y 8, los cuales cuentan con un ID de 0.42 y 0.47 respectivamente.

**Pregunta 13**

Dada la función $f(x) = sec^2 4x$ . ¿Cuál es su derivada?

(A) $f'(x) = 8sec^2 4x \tan 4x$ Respuesta correcta

(B) $f'(x) = -8sec^2 4x \tan 4x$

(C) $f'(x) = 8sec 4x \tan 4x$

(D) $f'(x) = -8sec 4x \tan 4x$

Pregunta 8 (4 puntos)

Dada la función $f(x) = \frac{1}{2}x^2\cos 2x$ . ¿Cuál es su derivada en $x = 1$ ?

**Elija al menos una respuesta correcta.**

(A) −1.33 *Respuesta correcta*

(B) 1

(C) 1.33

(D) −1

Meta 3.4: Aplicar la derivación logarítmica y derivación implícita funciones complejas.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar la derivada de funciones compuestas | 0.74 |
| Determinar la derivada de funciones exponenciales | 0.43 |
| Determinar la derivada de funciones implícitas | 0.65 |
| Determinar la derivada del producto de funciones | 0.67 |
| Determinar la derivada puntual de funciones compuestas | 0.73 |

Un camino para la obtención de la derivada de una función exponencial de la forma $y = (x-3)^{(x+1)}$ es mediante la aplicación de logaritmo natural a ambos miembros de la expresión, para luego utilizar la propiedad del logaritmo de un exponente, consecuentemente derivar ambos lados de la ecuación, despejar la derivada sustituyendo el valor de $y$ por su equivalente. Si la derivada es puntual, evaluar la derivada en el punto dado.
En esta meta se destaca precisamente por su dificultad los reactivos 3 y 4, los cuales cuentan con un ID de 0.28 y 0.49 respectivamente, que se refieren a la obtención de la derivada de funciones exponenciales.

**Pregunta 3** — 5 puntos

Dada la función $y=(x-3)^{x+1}$. ¿Cuál es la derivada?

- (A) $y'=(x+1)(x-3)^{x}+(x-3)^{x+1}\ln(x-3)$ *Respuesta correcta*
- (B) $y'=(x+1)(x-3)^{x+1}+(x-3)^{x+1}\ln(x-3)$
- (C) $y'=(x-3)^{x}+(x-3)^{x+1}\ln(x-3)$
- (D) $y'=(x+1)(x-3)^{x}+(x-3)^{x}\ln(x-3)$

**Pregunta 4** — 5 puntos

Dada la función $y=(x-3)^{x+1}$. ¿Cuál es la derivada en $x=2$?

**Elija al menos una respuesta correcta.**

- (A) 4 *Respuesta correcta*
- (B) 2
- (C) 1
- (D) 0

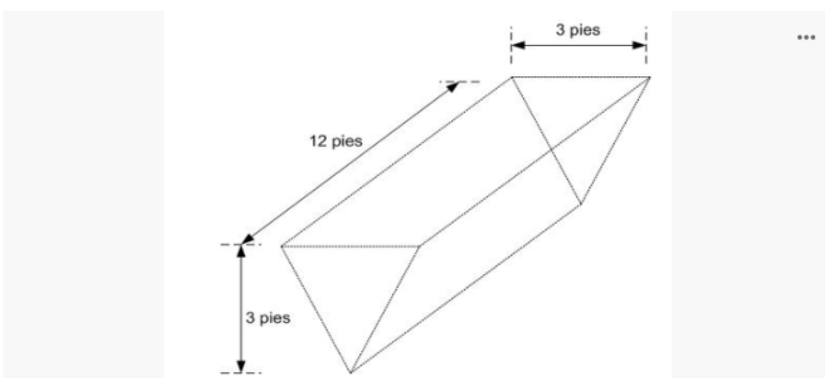
Meta 4.1: Resolver problemas de tasas de variación relacionadas.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema de la bacteria | 0.54 |
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema de la escalera | 0.45 |
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema de los dos camiones | 0.49 |
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema de tanque cónico | 0.35 |
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema del avión | 0.54 |
| Plantear y resolver problemas de variación: el caso del problema del depósito horizontal | 0.52 |

En los problemas de tasas de variación relacionadas se requiere habilidad para traducir un problema del mundo real a un modelo matemático, también es parte fundamental la identificación de las variables relevantes, establecer relaciones entre ellas y entender la información proporcionada en el contexto del problema. En esta meta se destaca por su dificultad los reactivos 1 y 5, los cuales cuentan con un ID de 0.27 y 0.29 respectivamente.

Pregunta 1 — 8,5 puntos

La longitud de un abrevadero es de 12 pies y sus extremos tienen la forma de un triángulo isósceles invertido (ver figura contigua) que tiene una altura de 3 pies y su base mide 3 pies. Se introduce agua al abrevadero a una tasa de 2 pie cúbico por minuto . ¿Qué tan rápido sube el nivel del agua cuando ésta tiene una profundidad de 2 pie?




Ⓐ $\frac{1}{12}$ *pie por minuto* — Respuesta correcta

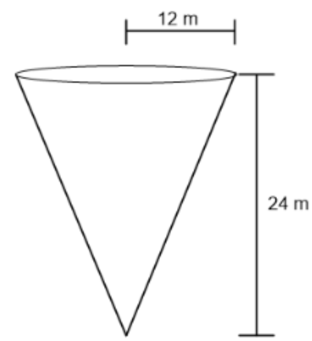
Ⓑ $\frac{1}{6}$ *pie por minuto*

Ⓒ $\frac{1}{4}$ *pie por minuto*

Ⓓ $\frac{1}{3}$ *pie por minuto*

Pregunta 5 (8,5 puntos)

Un tanque para almacenar agua tiene la forma de un cono (ver figura) y se está vaciando a una tasa de 2 metros cúbicos por minuto. La altura del cono es de 24 metros y su radio mide 12 metros. ¿Qué tan rápido disminuye el nivel del agua cuando esta tiene una profundidad de 20 metros?




Elija al menos una respuesta correcta.

A) $-0.0064$ *metros por minuto* — Respuesta correcta

B) $-0.0604$ *metros por minuto*

C) $-0.4006$ *metros por minuto*

D) $-0.0406$ *metros por minuto*

Meta 4.2: Resolver problemas de máximos y mínimos absolutos y relativos de manera gráfica y analítica.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar la condición creciente o decreciente de una función en un intervalo a partir de su expresión algebraica | 0.67 |
| Determinar la coordenada del máximo y/o mínimo absoluto de una función a partir de su representación gráfica | 0.36 |
| Determinar la coordenada del máximo y/o mínimo relativo de una función a partir de su representación gráfica | 0.55 |
| Determinar los puntos críticos de una función a partir de su expresión algebraica | 0.63 |

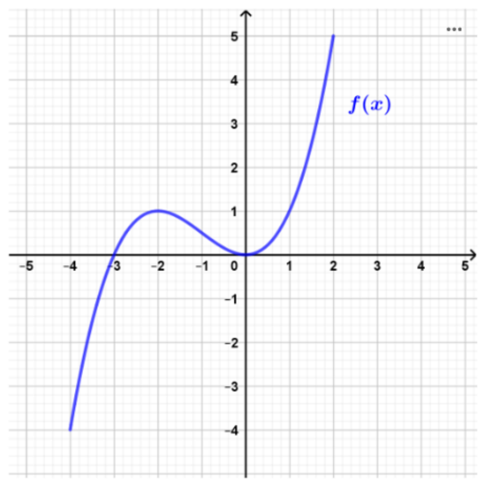
Los estudiantes pueden no tener una comprensión sólida de los conceptos de puntos críticos y extremos absolutos. La distinción entre un punto crítico y un extremo absoluto puede resultar borrosa si no se comprende completamente la relación entre la derivada de la función y la existencia de máximos o mínimos locales.

Las funciones cúbicas pueden tener múltiples puntos críticos y cambios en la concavidad, lo que dificulta la identificación de extremos absolutos. La presencia de puntos de inflexión y cambios en la concavidad puede confundir a los estudiantes sobre cuáles puntos son verdaderos máximos o mínimos.

Los estudiantes pueden confundir puntos críticos que no son extremos absolutos con aquellos que representan extremos absolutos debido a la complejidad de la forma de la curva. En casos de extremos absolutos en intervalos cerrados, los estudiantes también deben considerar los valores en los extremos del intervalo. La omisión de este paso puede llevar a la identificación incorrecta de extremos absolutos. En esta meta se destaca por su dificultad el reactivo 3, el cual cuenta con un ID de 0.29.

**Pregunta 3** (5 puntos)

Dada la gráfica de la función definida en el intervalo cerrado $[-4, 2]$. ¿Cuál es la coordenada del máximo absoluto?




Ⓐ $(-4, 4)$

Ⓑ $(0, 0)$

Ⓒ $(-2, 1)$

Ⓓ $(2, 5)$ Respuesta correcta

Meta 4.3: Resolver problemas de crecimiento y decrecimiento de una función, concavidad y puntos de inflexión por medio del criterio de la primera y segunda derivada.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Determinar la concavidad de una función a partir de su expresión algebraica | 0.65 |
| Determinar la condición creciente o decreciente de una función a partir de su expresión algebraica | 0.66 |
| Determinar los puntos críticos de una función a partir de su expresión algebraica | 0.66 |
| Determinar los puntos de inflexión de una función a partir de su expresión algebraica | 0.69 |

La concavidad de una función se determina mediante su segunda derivada. Se inicia igualando la segunda derivada a cero y resolviendo para hallar los valores de x donde la concavidad puede cambiar. Luego, estos puntos se sustituyen en la segunda derivada para determinar si la concavidad es positiva o negativa en cada intervalo. Para interpretar los resultados, se sigue esta regla: si la segunda derivada es positiva, la función es cóncava hacia arriba; si es negativa, la función es cóncava hacia abajo.

Algunos estudiantes enfrentan dificultades al interpretar los resultados y entender cómo la concavidad se relaciona con la forma de la gráfica y el signo de la evaluación de la segunda derivada. Además, la confusión entre los conceptos de concavidad y pendiente a veces complica la aplicación de los criterios correctos. En esta meta se destaca por su dificultad los reactivos 11 y 20, los cuales cuentan con un ID de 0.43 y 0.52 respectivamente.

Pregunta 11 — 5 puntos

La función $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 3x - \frac{1}{2}$ es cóncava hacia arriba en el intervalo $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Verdadero

Falso — *Respuesta correcta*

Pregunta 20 — 5 puntos

La función $y = x^3 - 4x$ es decreciente en el intervalo $(-\infty, 0)$

Verdadero

Falso — *Respuesta correcta*

Meta 4.4 Resolver problemas de optimización a partir de situaciones prácticas.

| **Indicador de logro** | **IDP** |
|---|---|
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso de la caja sin tapa | 0.42 |
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso de la escalera | 0.24 |
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso de la isla | 0.26 |
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso de la ventana tipo norman | 0.27 |
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso de la zona impresa | 0.31 |
| Plantear y resolver problemas de optimización: el caso del cilindro | 0.27 |

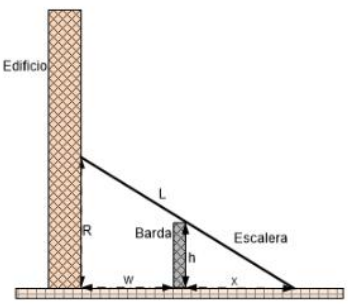
Al abordar problemas de optimización, es esencial identificar las variables clave y asignarles letras representativas. Se debe desarrollar una expresión matemática que describa la cantidad a optimizar en función de estas variables definidas.

Además, es crucial identificar y formular las restricciones que rigen el problema, representadas por ecuaciones o desigualdades que delimitan el rango de valores permitidos para las variables. Posteriormente, se calcula la primera derivada de la función objetivo respecto a las variables relevantes. Se iguala esta función derivada a cero y se resuelve la ecuación resultante que permite hallar los valores críticos. Para validar si estos puntos críticos representan máximos o mínimos relativos, se evalúan en la segunda derivada.

En esta meta se destaca por su dificultad los reactivos 30, 9 y 20, los cuales cuentan con un ID de 0.20, 0.21 y 0.27 respectivamente.

**Pregunta 30** (5 puntos)

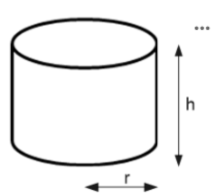
Una barda de $h = 3$ metros de altura corre paralela a un edificio alto y a $w = 6$ metros de él. ¿Cuál es la longitud de la escalera más corta que llegue del suelo hasta la pared del edificio pasando por encima de la barda?




- (A) 9.87 *metros*
- (B) 11.19 *metros*
- (C) 12.49 *metros* — *Respuesta correcta*
- (D) 8.49 *metros*

**Pregunta 9** (5 puntos)

Hay que diseñar un cilindro circular recto que ha de contener 30 pulgadas cúbicas de refresco y usar la mínima cantidad posible de material para su construcción. ¿Cuál es la dimensión de radio $r$ que minimizan la cantidad de material requerido?

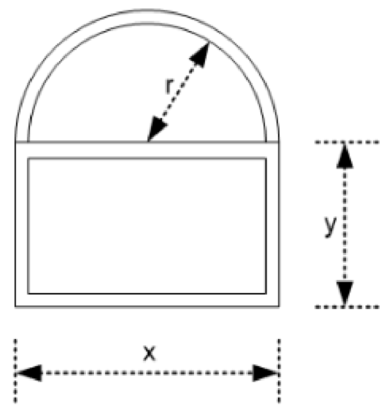



- (A) 1.68 pulgadas — Respuesta correcta
- (B) 1.86 pulgadas
- (C) 1.45 pulgadas
- (D) 1.54 pulgadas

Pregunta 20

5 puntos

Una ventana Norman tiene el contorno de una semicircunferencia en la parte superior de un rectángulo, como se muestra en la figura. Suponga que se dispone de 10 pies de moldura de madera. Analice por qué un diseñador de ventanas querría maximizar el área de la ventana. ¿Cuál es el valor de la medida $x$ que maximiza el área de la ventana?




- (A) 2.50 pies *Respuesta correcta*
- (B) 2.25 pies
- (C) 2.85 pies
- (D) 2.75 pies

Se observa en la práctica que puede ser complicado para los estudiantes identificar correctamente las variables y establecer restricciones precisas basadas en la descripción del problema, así como también relacionar la solución matemática con la interpretación del problema en el mundo real.

Aunado a las dificultades mencionadas también se debe garantizar la coherencia en las unidades y dimensiones de las variables y la función objetivo, lo cual puede resultar un desafío adicional para los estudiantes.

### 4.3 Resultados adicionales

En este apartado se presentan las correlaciones (Tabla 4) de las calificaciones del diagnóstico sobre habilidades algebraicas, geométricas y trigonométricas, el AVA Funciones y Derivadas y las calificaciones de cálculo diferencial e integral correspondiente al ciclo 2022-1. Además, los resultados permiten sugerir ciertas aseveraciones que favorecen la implementación tanto del diagnóstico como del AVA.

**Tabla 4. Correlaciones las calificaciones del diagnóstico sobre habilidades algebraicas, geométricas y trigonométricas, el AVA Funciones y Derivadas y las calificaciones de cálculo diferencial e integral correspondiente al ciclo 2022-1.**

| | | Diagnóstico | AVA | Cálculo Diferencial | Cálculo Integral |
|---|---|---|---|---|---|
| Diagnóstico | Correlación de Pearson | 1 | .448** | .291** | .225** |
| | Sig. (bilateral) | | .000 | .000 | .000 |
| | N | 354 | 354 | 354 | 354 |
| AVA | Correlación de Pearson | .448** | 1 | .443** | .476** |
| | Sig. (bilateral) | .000 | | .000 | .000 |
| | N | 354 | 354 | 354 | 354 |
| Cálculo Diferencial | Correlación de Pearson | .291** | .443** | 1 | .425** |
| | Sig. (bilateral) | .000 | .000 | | .000 |
| | N | 354 | 354 | 354 | 354 |
| Cálculo Integral | Correlación de Pearson | .225** | .476** | .425** | 1 |
| | Sig. (bilateral) | .000 | .000 | .000 | |
| | N | 354 | 354 | 354 | 354 |

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

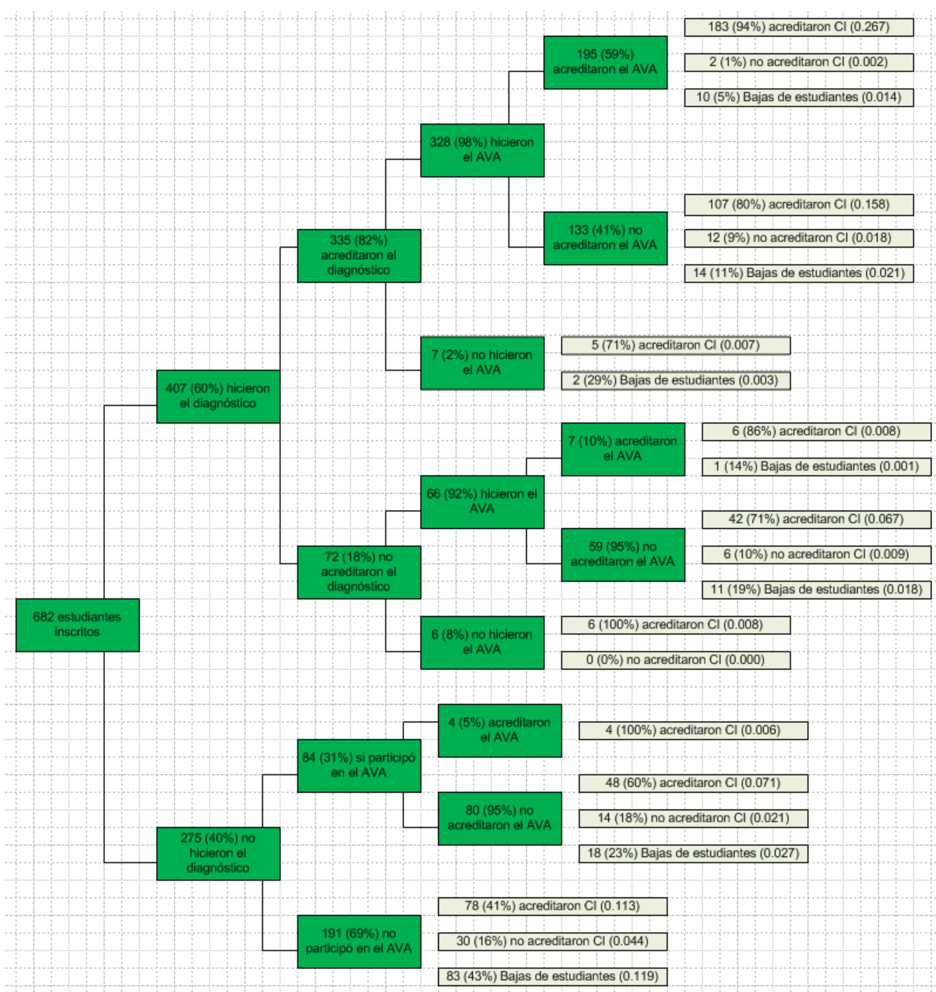
Las correlaciones se pueden calificar como positivas de débil a media y es viable considerar las siguientes aseveraciones:

- Se podría prever que los estudiantes con mejores resultados en el diagnóstico tienden a tener una mayor participación en el AVA
- Podría anticiparse que los estudiantes con resultados más altos en el diagnóstico también tienden a tener un mejor rendimiento en el curso de Cálculo Diferencial
- Se podría prever que los estudiantes con mejores resultados en el diagnóstico tienden a tener un mejor desempeño en el curso de Cálculo Integral
- Se podría prever que los estudiantes que participan más activamente en el AVA también tienden a tener mejores resultados en ambas asignaturas.

De manera adicional se construyó un diagrama de árbol (figura 3) con las variables diagnóstico, AVA, cálculo integral y aprobación. La suma de las probabilidades de todas las ramas es uno. A partir de la revisión del diagrama de árbol se escriben las siguientes aseveraciones:

- Un estudiante que hace el diagnóstico, lo acredita, hace las actividades del AVA y acredita el AVA tiene 2.36 veces mayor probabilidad de acreditar el curso de cálculo integral que un estudiante que no atiende ninguna de las actividades anteriores.
- Un estudiante que hace el diagnóstico, lo acredita, hace las actividades del AVA y acredita el AVA tienen una probabilidad p = 0.002 de no acreditar la unidad de aprendizaje de cálculo integral y una probabilidad p = 0.014 de que cause baja durante o después de cursar la asignatura.
- Un estudiante que participa en las actividades del AVA (parcial o totalmente) tiene una probabilidad 4.35 veces mayor que un estudiante que no participa en el AVA.
- Un estudiante que hace el diagnóstico sobre habilidades algebraicas, geométricas y trigonométricas y lo aprueba tiene una probabilidad 5.2 veces mayor de acreditar el curso de cálculo integral que un estudiante que hace el diagnóstico, pero no lo aprueba.

**Figura 3. Diagrama de árbol con las variables diagnóstico, AVA, cálculo integral y aprobación**



## 5. Conclusiones

La concepción, implementación y evaluación del Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) Funciones y Derivadas demanda una inversión considerable en términos económicos, administrativos y académicos. No obstante, los análisis realizados hasta el momento resaltan aspectos de impacto positivo en el rendimiento de los estudiantes en Cálculo Integral.

La correlación positiva entre la participación en el AVA y el desempeño en Cálculo Integral evidencia una conexión significativa entre la utilización efectiva del AVA y el éxito académico. El diagnóstico inicial se erige como un factor predictor crucial tanto en el rendimiento de Cálculo Diferencial como en el de Cálculo Integral, subrayando su importancia para identificar áreas de mejora desde el inicio.

La participación en actividades específicas del AVA muestra un impacto diferenciado en el rendimiento, resaltando la importancia de identificar y fortalecer áreas específicas de los módulos. La participación activa en el AVA se asocia no solo con el éxito académico, sino también con una mayor probabilidad de acreditar Cálculo Integral, subrayando su influencia en el desempeño estudiantil.

La implementación de créditos optativos ha demostrado ser un incentivo efectivo para la participación, indicando que estrategias similares podrían mantener e incluso incrementar la implicación estudiantil. La tendencia positiva en los índices de dificultad a lo largo de los semestres sugiere una mejora continua en la capacidad de los estudiantes para abordar los desafíos del AVA, señalando adaptación y progreso a lo largo del tiempo.

## 6. Referencias bibliográficas

Agudelo, M. (2009). Importancia del diseño instruccional en ambientes virtuales de aprendizaje. En J. Sánchez (Ed.): Nuevas Ideas en Informática Educativa, 5, 118 – 127, Santiago de Chile.

Betegón, L., Fossas, M., Martínez, E. y Ramos, M. (2012). Entornos virtuales como apoyo a la docencia universitaria presencial: utilidad de Moodle. Anuario Jurídico y Económico Escurialense, XLIII, 273-302.

Brioli, C. y Garcial, I. (2011). Referente teórico y metodológico para el diseño instruccional de entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje (EVEA). Docencia universitaria, XII (2), 71-99.

Bruner, J. S. (1969). Hacia una teoría de la instrucción. México: Uthea.

Carbonero, M. A. y Navarro, J. C. (2006). Entrenamiento de alumnos de educación superior en estrategias de aprendizaje en matemáticas. Psicothema, 18 (3), 348-352.

Coll, C. y Monereo, C. (2008). Psicología de la educación virtual. Madrid: Ediciones Morata, S. L.

Colomé, D. (2019). Objetos de aprendizaje y recursos educativos abiertos en educación superior. Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa, (69), 89-101. https://doi.org/10.21556/edutec.2019.69.1221

Contreras Niño, Luis Ángel (2000), Desarrollo y pilotaje de un examen de español para la educación primaria en Baja California, Tesis de Maestría, Ensenada, Universidad Autónoma de Baja California.

Contreras Niño, Luis Ángel y Eduardo Backhoff Escudero (2004), “Metodología para elaborar exámenes criteriales alineados al currículo”, en Sandra Castañeda Figueiras (ed.), Educación, aprendizaje y cognición, teoría en la práctica, México, Manual Moderno, pp. 298-323.

Córica, J. L., Portalupi, C., Hernández, M. L. y Bruno, A. (2010). Fundamentos de diseño de materiales para educación a distancia. 1ª edición, Editorial Virtual Argentina, Mendoza, Argentina.

Chiappe, A. (2008). Diseño instruccional: oficio, fase y proceso. Educación y Educadores, 11(2), 229-239.

Dillenbourg, P., Schneider, D. y Synteta, P. (2002). Virtual Learning Environments. Proccedings of the 3rd Hellenic Conference “Information & Communication Technologies in Education”, 3-18.

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California. (2021). Plan de desarrollo 2020-2024. Mexicali, B.C., México.

Guàrdia, L. y Sangrà, A. (2005). Diseño instruccional y objetos de aprendizaje; hacia un modelo para el diseño de actividades de evaluación del aprendizaje on-line. RED. Revista de Educación a Distancia, 4, 1-14. Recuperado de: https://www.um.es/ead/red/M4/guardia17.pdf

López, R. (2005). Deficiencias en matemáticas que afectan el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de Ingeniería de una universidad privada (Tesis de Maestría). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Nitko, Anthony J. (1994), A Model for Developing Curriculum-Driven Criterion-Referenced and Norm-Referenced National Examinations for Certification and Selection of Students, Conferencia Internacional sobre Evaluación y Medición Educativas, Pretoria, Asociación para el Estudio de la Evaluación Educativa en Sudáfrica (ASSESA), julio de 1994.

Osuna, F. y Abarca, F. (2013). Los nuevos roles en entornos educativos extendidos en red. La experiencia de diseño de un entorno virtual de aprendizaje en educación superior. Revista de Docencia Universitaria, 11(2).

Pastran, M.; Olivera, N. A. y Cervantes, D. (2020). En tiempos de coronavirus: las TIC´s son una buena alternativa para la educación remota. Revista Redipe, 9(8), 158-65. Recuperado de: https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1048

Pineda, G. (2008). Análisis de los factores que inciden en la reprobación en los alumnos de la carrera de Ingneiero Bioquímico de la Escuela Nacional de Ciencias Biológicas del Instituto Politécnico. Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, enero 2008. Recuperado de: https://tesis.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/4240/1/ANALISISFACTORES.pdf

Popham, W. James (1990), Modern Educational Measurement: A practitioner’s perspective, Boston, Allyn and Bacon.

Riego, M. A. (2013). Factores académicos que explican la reprobación en cálculo diferencial. Conciencia Tecnológica, 46, julio-diciembre, 29-35. Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/944/94429298006.pdf

Romero, A.; Vázquez, M.; Baltazar, N.; García, M.; Sandoval, R. y López, F. (2014). Modelo pedagógico para el asesoramiento académico en entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje de la Universidad Autónoma del Estado de México. Apertura, 6(2), 1-15. Recuperado de: http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/548

Ruiz, E. F., Carmona, E. A. y Montiel, A. S. (2016). Importancia del cálculo en el desarrollo académico del ingeniero. Pistas Educativas, 120, noviembre de 2016, 402-420.

Sells, L. W. (1973). High School Mathematics as the Critical Filter in the Job Market

Umaña, A. C. (2009). Consideraciones pedagógicas para el diseño instruccional constructivista. Innovaciones Educativas, 11(16), 1-18.

Valenzuela, B. D.; Fragoso, O. G.; Santaolaya, R. & Muñoz, J. (2017). Educational resources as learning Web services, an alternative point of view to learning objects. IEEE Latin America Transactions, 15(4), 711-719. http://doi.org/10.1109/TLA.2017.7896399.

Zúñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10(1), 145-175.